名古屋大学大学院工学研究科博士前期課程

機械システム工学専攻

マイクロ・ナノ機械理工学専攻

航空宇宙工学専攻

専門部門 試験問題

（全７頁，表紙を含む）

2018 年 8 月 22 日（水）

9:00～12:00（3 時間）

注意事項

〇６問の中から３問を選択して解答せよ．
〇解答は，問題ごとに別の答案用紙に記入せよ．
〇解答開始後，各答案用紙の所定の欄に受験番号，解答する問題番号を記入せよ．
〇答案の作成は黒色の鉛筆またはシャープペンシルに限る．
〇この試験問題冊子および草稿用紙は試験終了後回収する．

問題１．

(1) 比熱比κ一定の理想気体の可逆断熱過程において，温度Tと比体積vが以下の関係式を満たすことを，熱力学第一法則および気体の状態方程式を用いて証明せよ．ただし，const.は定数を表す．

$$T \cdot v^{\kappa-1} = \mathrm{const.}$$

(2) 図１の $p-V$ 線図において，$1 \to 2$ の等温冷却（温度T一定），$2 \to 3$ の等積加熱（体積V_s一定），$3 \to 4$ の等温加熱（温度$3T$一定），$4 \to 1$ の等積冷却（体積$3V_s$一定）で構成される熱力学的サイクルを考える．pは圧力，Vは体積である．$2 \to 3$ の等積加熱に必要な熱量は$4 \to 1$ の等積冷却の排熱をサイクル内で再生して供給される．$1 \to 2$ の等温冷却では低温熱源への排熱があり，$3 \to 4$ の等温加熱では高温熱源からの熱入力がある．系内の気体は比熱比κ一定の理想気体であり，その状態変化は準静的であることを仮定する．このとき，以下の問いに答えよ．

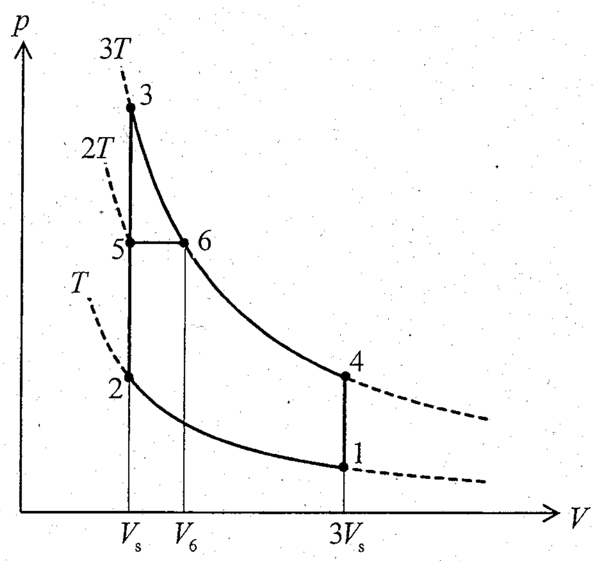

図１

1) この熱力学的サイクル（$1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$）の名称を述べよ．
2) この熱力学的サイクル（$1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$）の理論熱効率を求めよ．
3) $4 \to 1$ の等積冷却において系外への熱損失があり，サイクル内の再生熱交換が不十分で温度が$2T$までしか上がらず（図中$2 \to 5$），その後は等積過程で外部熱源から加熱されて温度$3T$に達するとき（図中$5 \to 3$），この熱力学サイクル（$1 \to 2 \to 5 \to 3 \to 4 \to 1$）の熱効率を，$\kappa$を用いて表せ．
4) $4 \to 1$ の等積冷却において系外への熱損失があり，サイクル内の再生熱交換が不十分で温度が$2T$までしか上がらず（図中$2 \to 5$），その後は等圧過程で外部熱源から加熱されて温度$3T$に達するとき（図中$5 \to 6$），図中の体積V_6をV_sを用いて表せ．
5) 4)における熱力学サイクル（$1 \to 2 \to 5 \to 6 \to 4 \to 1$）の熱効率を，$\kappa$を用いて表せ．

問題２．以下の問いに答えよ．ただし，流体の密度ρは一定とせよ．

(1) 図１に示すように内径 D_1，外径 D_2 の同心円状の吹出口を持つジェット式ポンプを考える．外側の吹出口から一様な速さ u_2 のジェットを吹き出すことにより，吸入口から静止した大気（速さ $u_0=0$）を吸い込み，内側の直径 D_1 の吹出口に速さ u_1 の一様な流れが誘起される．この速度せん断を持つ流れは，圧力 p_1（一定）のままで，直径 D_2 の円管内を進むにつれて混合し，一様な速さ u_3 になる．流体は下流の排出ノズルから大気中に放出される．大気の圧力を p_0 とする．以下の問いに答えよ．ただし，壁と流体の摩擦は無視する．

1) u_3 を D_1, D_2, u_1, u_2 で表せ．

2) p_1 をρ, p_0, u_3, D_2, D_4 で表せ．

3) $D_1/D_2=1/2$, $D_2/D_4=1/\sqrt{2}$とするときu_3/u_1，u_1/u_2を求めよ．

4) 3)のときにポンプが流体から受ける力 F をρ, u_2, D_2 で表せ．

(2) 図２に示すように，粘性係数μの粘性流体中に円筒（半径 R）が一定角速度ωで回転している．v を周方向の速度成分として定義する．p は圧力である．無限遠点$(r\to\infty)$での圧力を p_0 とする．この流れの支配方程式は次のようになる．

$$\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\right)-\frac{v}{r^2}=0 \tag{i}$$

$$\rho\frac{v^2}{r}-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}=0 \tag{ii}$$

1) 式(i)において$v\propto r^{\alpha}$を仮定してαを求め，一般解を求めよ．

2) $r=R$ にて$v=\omega R$, $r\to\infty$にて$v=0$を満足する式(i)の解を求めよ．

3) 式(ii)において 2)の解を用い，$r\to\infty$で $p=p_0$ を満足する圧力分布を求めよ．

4) 円筒に作用するせん断応力τを求めよ．ただし $\tau=-\mu r\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(\frac{v}{r}\right)$ を用いよ．

5) 円筒の回転に必要な紙面奥行き方向単位長さあたりのトルク T を計算せよ．

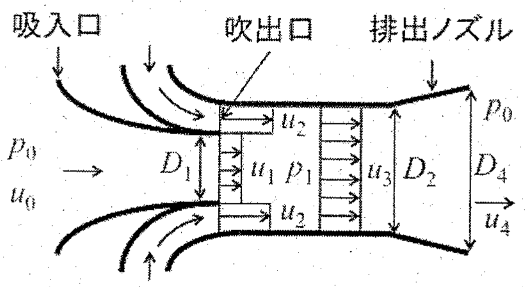

図１

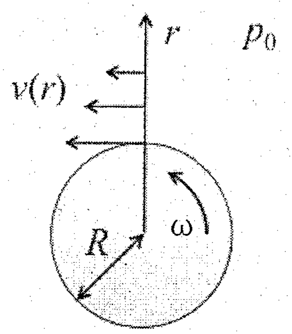

図２

問題３．

(1) 図１に示す振動系の運動を考える．質量m，慣性モーメントJの剛体が，重心Gからl_1, l_2離れた位置でばね定数k_1, k_2の２本のばねに支えられている．重力加速度をgとする．静的な釣り合い状態から上下方向に生じる重心の変位をx，反時計回りの重心まわりの回転角をθとして，微小な振動が発生する場合を考える．横方向の運動は考えない．以下の問いに答えよ．

1) 系の運動方程式が式①で与えられるとき，$k_x, k_\theta, k_{x\theta}$を求めよ．

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & k_{x\theta} \\ k_{x\theta} & k_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad ①$$

2) $6k_1 = 3k_2 = 2k, 2l_1 = l_2 = 2l, J = 2ml^2$とする．この系のすべての固有角振動数を，$\omega_n = \sqrt{k/m}$を用いて表せ．

3) $k_{x\theta} \neq 0$の振動系における，振動モードを考える．固有角振動数ω_1で自由振動が生じるとき，重心Gを原点とする水平軸（y軸）上に振動の節が存在する．ω_1と式①の係数行列の記号を用いてy軸上の節の位置を示せ．ただし，節は物体の外にあってもよい．

4) 重心Gに対して上下方向に周期外乱力f_xを与える．a) $f_x = F_x \cos \omega t$, $x = X \cos \omega t$として，周波数伝達関数$H_{xx}(\omega) = X/F_x$を導け．式①の係数行列の記号を用いよ．b) H_{xx}の周波数特性として，図２の周波数応答曲線$|H_{xx}|$で正しい方を選択せよ．c) その根拠を数式を用いて説明せよ．ただし，系の固有角振動数ω_1, ω_2に対して，$\omega_1 < \sqrt{k_\theta/J} < \omega_2$を満たす．

(2) 図３に示す質量m，半径R，慣性モーメント$J = mR^2/2$の滑車に，柔軟で伸びない質量の無視できる糸がかけられている．その一端はばね定数kと減衰係数cの要素を介して固定され，他端には質量$m/2$のおもりが連結されている．重力加速度をgとし，周期外力fが働く．$f = 0$で静的に釣り合った状態からのおもりの変位をxとする．滑車と糸の間に滑りはなく，糸が緩まない振動を考える．系の運動方程式が式②で与えられ，その減衰がない固有角振動数は$\omega_n = \sqrt{K/M}$である．以下の問いに答えよ．

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = f \qquad ②$$

1) m, c, kを用いてM, C, Kを表せ．

2) $M\ddot{x} + 2C\dot{x} + K_1 x = f$の系において，その固有角振動数$\omega_1$が$\omega_1 = 2\omega_n$となるように設計したい．係数$K_1$が満たすべき条件式を，$M, C, K$を用いて示せ．

3) $M_2\ddot{x} + C_2\dot{x} + K_2 x = f$の系の固有角振動数$\omega_2$における振幅拡大率が，式②で示す系の$\omega_n$における振幅拡大率に対して，半分となるように設計したい．係数M_2, C_2, K_2が満たすべき条件式を，M, C, Kを用いて示せ．

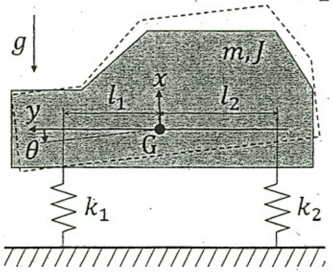

図１

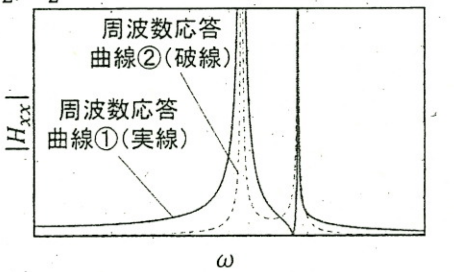

図２

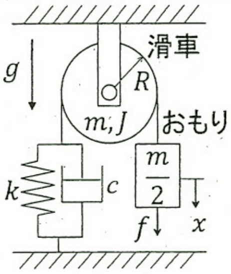

図３

問題4

(1) 図１に示すフィードバック制御系において，$R(s)$，$Y(s)$，$E(s)$ はそれぞれ目標値 $r(t)$，制御量 $y(t)$，偏差 $e(t)$ のラプラス変換である．また，$K_1>0$，$K_2>0$ とする．以下の問いに答えよ．

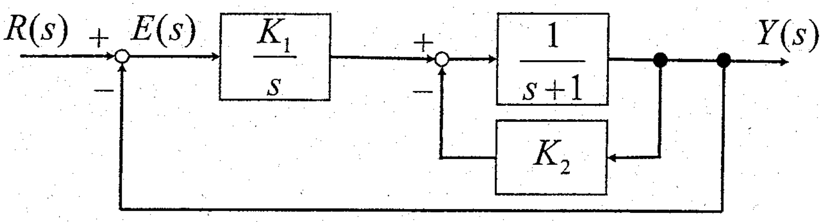

図１

1) $E(s)$ から $Y(s)$ までの一巡伝達関数を求めよ．
2) $R(s)$ から $Y(s)$ までの閉ループ伝達関数を求めよ．
3) 2)で求めた閉ループ伝達関数において，減衰係数を $\zeta=0.5$，固有角周波数 $\omega_n=10\,\mathrm{rad/s}$ となる場合の K_1 および K_2 を求めよ．
4) 図１のフィードバック制御系に，単位ランプ入力を加えた際の定常速度偏差を，最終値の定理を用いて求めよ．（K_1 と K_2 を用いて表せ．）

(2) 図２に示すフィードバック制御系において，$R(s)$，$Y(s)$ はそれぞれ目標値 $r(t)$，制御量 $y(t)$ のラプラス変換である．また，制御器の伝達関数を $C(s)$，制御対象の伝達関数を $P(s)=\dfrac{1}{s(s+1)(s+3)}$ とする．以下の問いに答えよ．

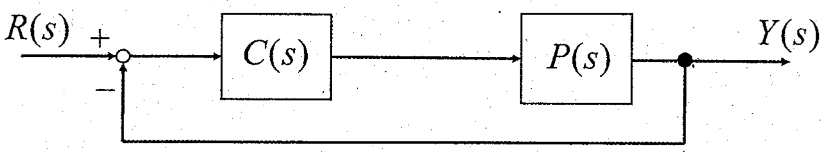

図２

1) $C(s)=k$ （k:定数)のとき，このフィードバック制御系の特性方程式を求めよ．
2) $C(s)=1$ とした場合，ゲイン交叉角周波数およびゲイン余裕を求めよ．
3) $C(s)=K_P+K_Ds$ （$K_P>0$，$K_D>0$）とした場合，この制御系が安定となる条件を K_P と K_D を用いて示せ．
4) $C(s)=\dfrac{1}{3}+s$ とした場合，この制御系のゲイン線図の概形を折れ線近似により描け．ただし，角周波数とともにゲインが変化する際の変化率，折れ点の角周波数，折れ線近似の傾きが０とみなせる角周波数帯におけるゲインの値など，ゲイン線図の特徴がわかるようにせよ．

問題 5

（1）図 1 左に示すような内圧 p を受ける弾性薄肉円筒（軸方向長さ L，半径 r，厚さ t，ヤング率 E，ポアソン比 ν）がある．そこで，図 1 右のように，円筒の両端面から十分離れた位置における幅 h のリング部分に発生する三軸応力場，すなわち円周応力 σ_θ，軸応力 σ_z，半径応力 σ_r を考える．薄肉であることから σ_r は無視し，円筒壁内は σ_θ と σ_z の一様な平面応力状態と仮定する．このとき，以下の問いに答えよ．

1）σ_θ を求めよ．

2）σ_z を求めよ．ただし，t^2 は微小量として無視せよ．

3）σ_z の作用する方向から σ_θ の作用する方向に向かって角度 ϕ を設ける．このとき，せん断応力が最大になるような正の ϕ を求めよ．また，その最大せん断応力の大きさを求めよ．

4）内圧によって円筒の半径が δr だけ増加したとするとき，円筒壁内に生じる円周ひずみを δr を用いて求めよ．

5）円筒壁内の円周ひずみを ε_θ，軸ひずみを ε_z と表すとき，平面応力状態では $\varepsilon_\theta = \frac{1}{E}(\sigma_\theta \boxed{ア} \nu\sigma_z)$ および $\varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z \boxed{イ} \nu\sigma_\theta)$ という関係が成立する．$\boxed{ア}$ および $\boxed{イ}$ にあてはまる適当な符号（プラスもしくはマイナス）をそれぞれ答えよ．

6）問 4) の δr を求めよ．ただし，記号 σ_θ，σ_z，ε_θ，ε_z を用いてはならない．

（2）図 2 のように，左端が固定された長さ L，ヤング率 E，断面二次モーメント I の真直棒の右端に軸圧縮荷重 W が作用した場合に生じる弾性座屈について考える．左端より位置 x（ただし，$0 \le x \le L$）におけるたわみを y と表し，$y = \delta\left(1 - \cos\dfrac{\pi x}{2L}\right)$ であると仮定する．ここで，δ は棒の右端のたわみを表す．また，位置 x に生じるせん断力を F，曲げモーメントを M と表す（仮想断面の左側における F および M の正の向きは図の枠線の中の通りとする）．以下の問いに答えよ．

1）点 x において成立すべき M と y の関係式（微分方程式）を書け．

2）仮想断面 $x = \frac{L}{2}$ に生じている F を求めよ．ただし，記号 M，x，y を用いてはならない．

3）たわみ y に応じて棒に蓄えられている弾性エネルギーを求めよ．ただし，記号 M，x，y を用いてはならない．

4）荷重点の軸（水平）方向変位 e は，$e = \displaystyle\int_0^L \left(\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} - 1\right) dx \approx \frac{1}{2}\int_0^L \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx$ と近似できる．e を求めよ．ただし，記号 M，x，y を用いてはならない．

5）荷重 W のなす仕事は We である．この仕事が問 3) の弾性エネルギーと等しいとして，座屈荷重を求めよ．ただし，記号 M，x，y，e を用いてはならない．

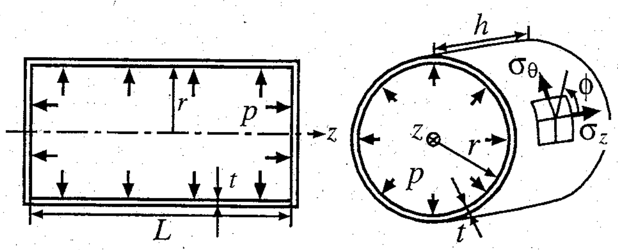

図 1

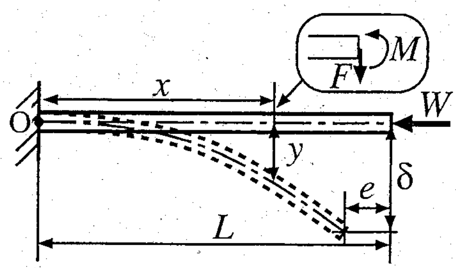

図 2

問題６．以下の問いに答えよ．ただし，変数上部の「・」は複素数表示を意味する．

(1) 図１に示す回路を考える．交流電圧源$\dot{E}$の角周波数をωとする．d-e 間電流$\dot{I}_0$を測定したが，電流は流れなかった．ただし，$L > |M|$である．

1) L_1（b-c 間），L_2（d-c 間）にかかる電圧 $\dot{E}_1, \dot{E}_2$ を$\dot{I}_1, \dot{I}_2\ L, M, \omega$のみで表わせ．

2) 交流電圧源$\dot{E}$の角周波数ωをL, C, Mで表わせ．

(2) 図２に示す回路を考える．a-b 端子間電圧$\dot{E}_1$の角周波数を ωとし，$0 < \omega < \infty$とする．

1) 本回路で直列共振が起こる角周波数ω_rを求めよ．

2) 本回路で並列共振が起こる角周波数ω_rを求めよ．また，点線で囲まれた合成インピーダンスをそれぞれ$\dot{Z}_1, \dot{Z}_2$としたとき，大小関係に着目し，並列共振時の c-d 端子間電圧$\dot{E}_2$を近似して求めよ．

(3) 図３(a)に示す回路をＴ型回路，図３(b)に示す回路をπ型回路と定義する．図３と図４の交流電源の角周波数をωとする．

1) 図４の四端子定数を求めよ．各定数は$X + jY$で表記すること．

2) 図４の回路をπ型の等価回路で示せ．等価回路の各要素は図３(b)にならい$\dot{Z}_a, \dot{Z}_b, \dot{Z}_c$とし，$X + jY$で表記すること．

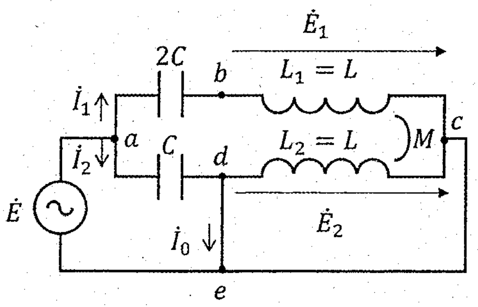

図１

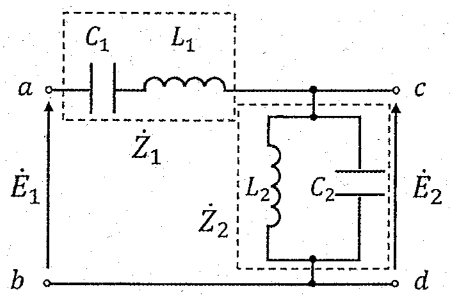

図２

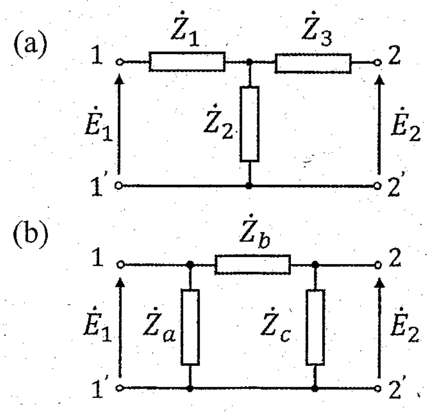

図３

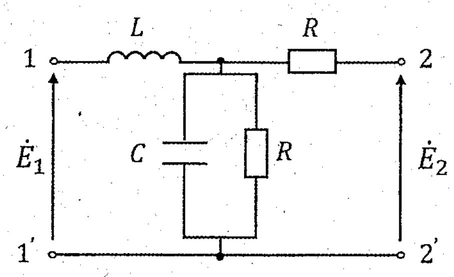

図４