名古屋大学大学院工学研究科博士前期課程

機械システム工学専攻

マイクロ・ナノ機械理工学専攻

航空宇宙工学専攻

専門部門 試験問題

（全 8 頁，表紙を含む）

2019 年 8 月 28 日（水）

9:00～12:00（3 時間）

注意事項

〇 6 問の中から 3 問を選択して解答せよ．
〇解答は，問題ごとに別の答案用紙に記入せよ．
〇解答開始後，各答案用紙の所定の欄に受験番号，解答する問題番号を記入せよ．
〇答案の作成は黒色の鉛筆またはシャープペンシルに限る．
〇この試験問題冊子および草稿用紙は試験終了後回収する．

問題１．　単一成分の１モルの気体を考え，その圧力，絶対温度，体積，エントロピーをそれぞれp，T，v，sとする．また，一般気体定数，定積モル比熱，定圧モル比熱をそれぞれR，c_v，c_pとする．この気体の状態変化が準静的だと仮定すると，式①が成り立つ．以下の問いに答えよ．

$$c_p - c_v = T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \qquad ①$$

(1) 式①は，以下の手順で説明される．

1) ヘルムホルツ自由エネルギーとギブス自由エネルギーの定義式の全微分を熱力学第１法則を用いて変形すると，マクスウェルの関係式$(\partial s/\partial v)_T =$ $\boxed{（ア）}$ および$(\partial s/\partial p)_T =$ $\boxed{（イ）}$ を得る．
（ア）（イ）をp，T，vのうち必要なものを用いて表せ．

2) 定積モル比熱と定圧モル比熱は$c_v =$ $\boxed{（ウ）}$ および$c_p =$ $\boxed{（エ）}$ と表される．
（ウ）（エ）をp，T，v，sのうち必要なものを用いて表せ．

3) $s = s(T, v)$と$s = s(T, p)$の全微分を（ア）～（エ）を用いて変形すると，$Tds = c_v dT +$ $\boxed{（オ）}$ dvおよび$Tds = c_p dT +$ $\boxed{（カ）}$ dpとなる．
（オ）（カ）をp，T，vのうち必要なものを用いて表せ．

4) $T = T(p, v)$の全微分の各項と，問い(1)の 3)の２つの関係式からTdsを削除して得られる$dT =$ $\boxed{（キ）}$ $dp +$ $\boxed{（ク）}$ dvを比較することで式①が得られる．
（キ）（ク）をp，T，v，c_v，c_pのうち必要なものを用いて表せ．

(2) 等温圧縮率は$\alpha = -(1/v)(\partial v/\partial p)_T$，体膨張係数は$\beta = (1/v)(\partial v/\partial T)_p$で定義される．式①の右辺を$T$，$v$，$\alpha$，$\beta$を用いて表せ．

(3) 気体はファン・デル・ワールスの状態方程式$(p + a/v^2)(v - b) = RT$に従うとする．ここで，aとbはそれぞれ正の定数である．式①の右辺をT，v，R，a，bを用いて表せ．

(4) 気体は理想気体の状態方程式に従い，かつ比熱一定とする．

1) この気体における式①の関係から，内部エネルギーuをp，vおよび比熱比γを用いて表せ．ただし，絶対零度（$T = 0$）における内部エネルギーを0とする．

2) 媒質中の音速aは以下の式②で表され，ρは密度である．この気体では音速が$a^2 = \gamma pv$と表されることを式②と，問い(4)の 1)で導出した内部エネルギーと，熱力学第１法則を用いて証明せよ．

$$a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s \qquad ②$$

問題２．以下の(1)と(2)に答えよ．

(1) 図１に示すように，水の入った水槽がある．水面より深さ Z の底にあいている半径 R の孔を，半径 $\sqrt{2}R$ の半球状の栓で塞いでいる．栓の上面（円形断面）と水槽底面はともに水平である．水槽周囲の圧力は大気圧 p_a であり，水の密度は ρ，重力加速度は g とする．なお，図２に示すような平行な二平面に挟まれた球の一部の立体の体積 V は，二つの円形断面の半径を a，b，二平面間の距離を h とした場合，

$$V = \frac{1}{6}\pi h(3a^2 + 3b^2 + h^2)$$

と表せることを用いて良い．

1) 栓の上面に働く圧力 p を，ゲージ圧で求めよ．

2) 栓に働く浮力の大きさ B を求めよ．

3) 栓の密度が ρ' であるとき，この栓を持ち上げるのに必要な力の大きさ F を求めよ．

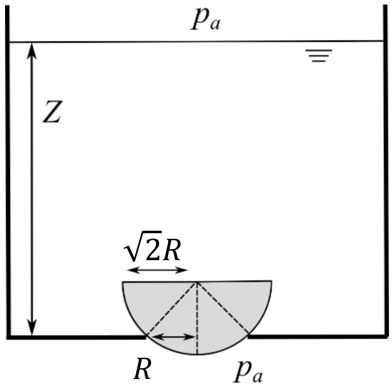


図１

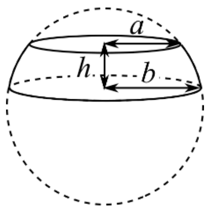


図２

(2) 図３に示すように，紙面奥行き方向単位長さあたりの質量 M の物体が水平な床に置かれている．物体の角度 θ の斜面に，密度 ρ，平均流速 v，幅 b の非圧縮性流体の噴流が衝突している．衝突した噴流は，斜面に沿って上側に厚さ b_1，下側に厚さ b_2 で分かれて流れる．流れは二次元流れとし，流体に対する重力の影響，流体と物体の間の摩擦は無視でき，周囲の圧力は大気圧で一定であり，斜面に沿って流出した後の流れは物体の運動に影響しないものとする．一方，物体と床の間には摩擦が働いており，静止摩擦係数は μ とする．また，重力加速度は g とする．

1) 物体が静止しているとき，厚さの比 b_1/b_2 と角度 θ の関係を求めよ．

2) 物体が静止しているとき，物体に働く紙面奥行き方向単位長さあたりの水平方向の力 F_x と鉛直方向の力 F_y の大きさと向きを求めよ．

3) 平均流速を徐々に上げていったとき，物体が動き出す流速 v_c を求めよ．

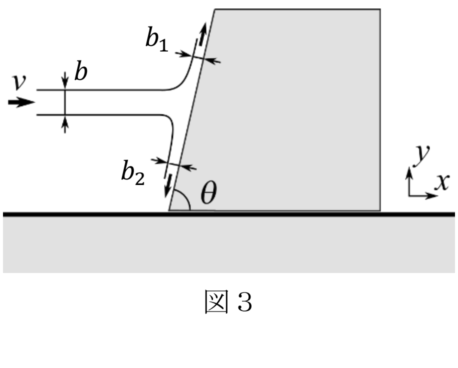


図３

問題 3.

(1) 図 1 のように一様な剛体棒（長さ l, 質量 m，重心 G 周りの慣性モーメント$I_{\mathrm{G}} = (ml^2)/12$）の左端が摩擦の無いピンによって単純支持されており，棒はピンを中心に回転する．棒は，その中央でばね（ばね係数 k）とダッシュポット（粘性減衰係数 c）で支持されている．棒の右端に下向きに角周波数ωの外力（$F\cos\omega t$）が加わっている（F は定数）．$F = 0$のときの静的釣り合いからの棒の角度をθとし，θは十分に小さいとする．棒の運動は紙面上に限られている．重力は系に作用しない．以下の問に，問題文で示された記号のみを用いて解答せよ．

1) 棒の角度θに関する運動方程式を示せ.

2) θの定常応答（十分に時間が経った後の解）を t の関数で示せ.

3) いかなるωを有する外力によっても，共振による振幅のピークが生じない c の条件を m, k を用いて示せ.

4) ダッシュポットが無い場合（$c = 0$）を考える．$\omega = 0$のとき（一定外力Fが作用するとき）の棒の角度をδ（δは十分に小さい）として，θの定常応答の振幅が2δとなる全てのωを m, k を用いて示せ.

(2) 2 つの物体が 2 つのばね（ばね定数 $2k$, k）で図 2 のように連結された系を考える．物体 1（質量 $2m$）と物体 2（質量 m）が静的に釣り合った位置からのそれぞれの変位をx_1, x_2とする．物体は摩擦の無い床面を滑る．

1) x_1, x_2に関する運動方程式を示せ.

2) 物体 2 に右向きに励振力$F\cos\omega t$が加わるとき（F は定数），物体 2 の変位の振幅が 0 となるようなωを m, k を用いて表し，また，このときのx_1を t の関数で示せ.

3) 系の固有角周波数を小さい順から全て示せ.

4) 問 3)で示した固有角周波数に対応するモードベクトルを示せ．なお，モードベクトルは (1, A) のように，x_1の振幅が 1 になるような形で示せ.

5) 初期条件が$(x_1, x_2) = (1,0)$, $(\dot{x}_1, \dot{x}_2) = (0, -1)$であるときの，$x_1$, x_2の自由振動解（外力が作用しない時の解）を t の関数で示せ.

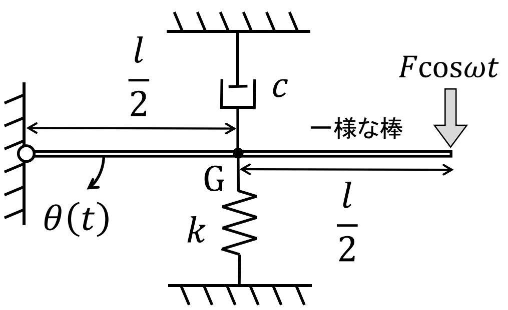


図 1

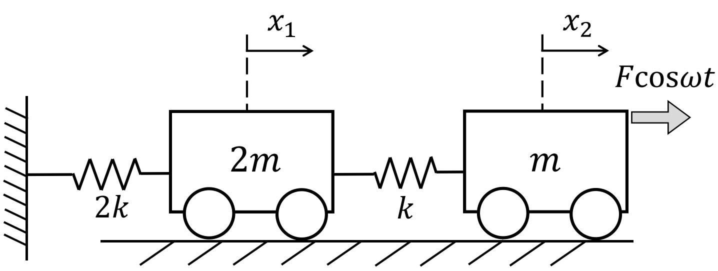


図 2

問題４

(1) 入出力関係が以下で表される１入力１出力システムを考える．

$$\frac{dz(t)}{dt} = -\alpha z(t) + 2w(t)$$

ここで，w は入力，z は出力，α は正の実定数であり，このシステムの伝達関数を $G(s)$ と記す．いま，この $G(s)$ に対し，図１の結合システムの単位ステップ応答の定常値が 13 であったという．このときの α の値を求めよ．

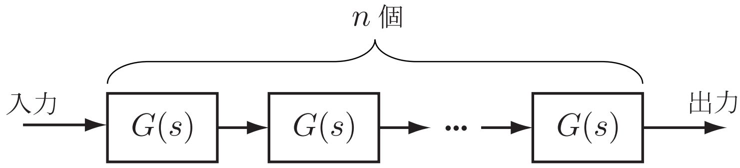


図１

(2) 図２のフィードバック制御系を考える．以下の問いに答えよ．

1) $P(s)$ と $K(s)$ が以下で与えられるとする．

$$P(s) = \frac{1}{(s+2)(s+4)}, \qquad K(s) = \frac{\alpha}{s}$$

このとき，$\alpha = 1$ と $\alpha = 50$ のそれぞれの場合について，単位ステップ入力に対する定常偏差が 0 になるか否かを答えよ．その理由も示すこと．

2) $P(s)$ と $K(s)$ は以下の条件を満たすある伝達関数とする．

- $P(s)$ と $K(s)$ はいずれも虚軸上に極を持たない．また，両者の間で極零相殺は生じない．
- 一巡伝達関数に実部が正となる極がひとつだけ存在する．
- 一巡伝達関数のベクトル軌跡は図３で与えられる．

このとき，フィードバック制御系の不安定極の数を求めよ．その理由も示すこと．

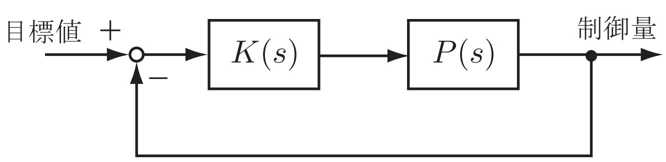


図２

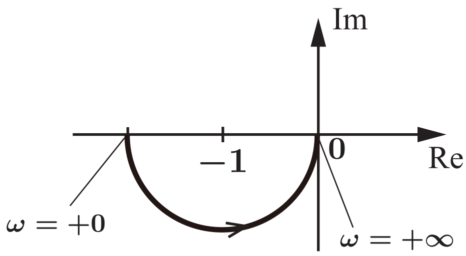


図３

(問題４は次頁に続く)

(3) 1 入力 1 出力の伝達関数 $G_1(s)$，$G_2(s)$ の直列結合 $G_1(s)G_2(s)$ のボード線図に関して，以下の関係式が成り立つことが知られている．

$$20\log_{10}|G(j\omega)| \;=\; 20\log_{10}|G_1(j\omega)| + 20\log_{10}|G_2(j\omega)| \qquad (*)$$

以下の問いに答えよ．

1) いま，複素数 z の偏角を $\angle z$ で表すことにする．このとき，$\angle G(j\omega)$ を，$\angle G_1(j\omega)$ と $\angle G_2(j\omega)$ を用いて表せ．導出の過程も示すこと．

2) 図 2 のフィードバック制御系において $P(s)$ を制御対象，$K(s)$ を制御器とする．与えられた $P(s)$ に対して，$K(s)$ を周波数領域で設計するとき，式 $(*)$ と小問 1) の解が利用されることがある．そのような制御系設計法において，式 $(*)$ と小問 1) の解が，どのような役割を果たすのかを最大 250 文字で説明せよ．

問題５.

(1)

図 1 に示すように，左端を固定，右端を単純支持された長さ l, ヤング率 E のはりがある．はりの断面は幅 b 高さ h の長方形であり，x 座標ははりの長手方向に対して定義され，はりの左端で 0 である．また，荷重が作用しない状態でははりのたわみ (z 軸方向変位) はすべて 0 である．はりの上面に分布荷重 $q(x) = q_0x/l$ が作用している状態において，

1) はりの左端に生じる曲げモーメント
2) はりの左端，右端に生じる支点反力
3) はりに生じるたわみの分布
4) はりに生じる最大曲げ応力とその位置

を求めよ．なお，上記 1)〜 4) に関して算出の順序は問わない．

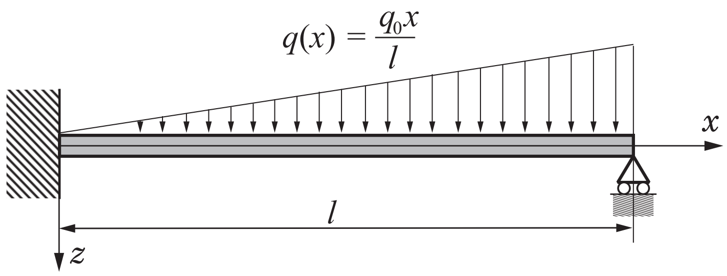


図 1

(2)

図 2 に示すような外径 D, 長さ L, 肉厚 t の薄肉円筒に対し，両端に引張荷重 P, ねじりモーメント T を加える．この円筒のヤング率は E, せん断弾性定数は G である．なお，計算に際して，円筒の肉厚 t は外径 D に対して十分に小さいものと考えてよい．また，円筒の垂直断面には一様な垂直応力とせん断応力が生じるものとする．以下の問いに答えよ．

1) $t \ll D$ を考慮して，円筒の軸方向の伸びを D, t, L, P, E, 円周率 π を用いて表せ．
2) $t \ll D$ を考慮して，円筒の垂直断面における断面 2 次極モーメントを D, t, 円周率 π を用いて表せ．
3) この円筒の両端における相対ねじれ角を D, t, G, L, T, 円周率 π を用いて表せ．
4) この円筒の垂直断面に生じるせん断応力を D, t, T, 円周率 π を用いて表せ．
5) $D = 400\,\mathrm{mm}$, $t = 2\,\mathrm{mm}$, $P = 20\,\mathrm{kN}$, $T = 2\,\mathrm{kN{\cdot}m}$ として，この円筒に生じる主応力の大きさと方向 (円筒の長手方向を $\theta = 0°$ として定義される角度) を求めよ．なお，円周率は 3 桁以上の値を用いて計算すること．

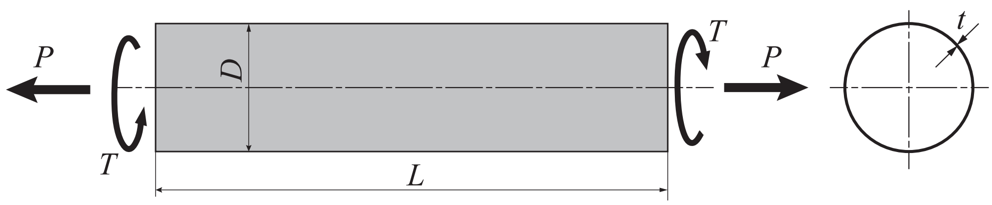


図 2

問題６．以下の問いに答えよ．ただし，変数上部の「・」は複素数表示を意味する．

(1) 図１に示す交流回路を考える．ただし，$\dot{E}$は角周波数がωの正弦波交流電圧であり，$\dot{E}=E$とする（Eは実数）．また，Lは$0\sim\infty$の範囲で変化するものとする．

1) $\dot{I}_B$の位相をθとするとき，$\tan\theta$を求めよ．
2) $\dot{E}_L$ が描くベクトル軌跡を図示せよ．
3) $\dot{E}_{AB}$を求め，$|\dot{E}_{AB}|$がLの値に無関係であることを示せ．
4) $\dot{E}_{AB}$の位相をφとするとき，$\tan\varphi$を 1）のθを用いて表せ．

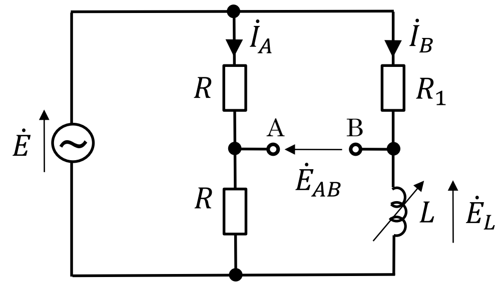
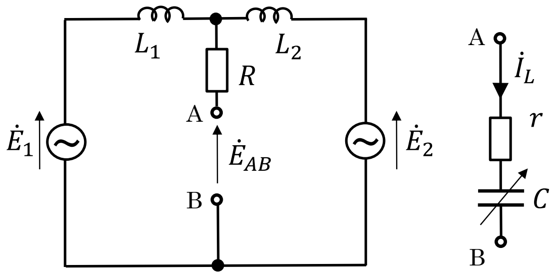


図１

(2) 図２(a)に示す交流回路を考える．ただし，$\dot{E}_1$と$\dot{E}_2$は角周波数が ω の正弦波交流電圧である．

1) $\dot{E}_{AB}$を求めよ．
2) $\dot{E}_1$，$\dot{E}_2$をそれぞれ短絡した時の AB 間のインピーダンス$\dot{Z}_{AB}$を求めよ．



(a)　(b)

図２

次に，図２(a)の AB 間に図(b)に示す可変負荷を接続する．

3) 可変負荷を流れる電流$\dot{I}_L$を求めよ．ただし分母を実数化しなくても良い．
4) 可変負荷で消費される有効電力Pが最大となるCを求めよ．

(3) 図３に示す直流回路の過渡現象を考える．i_1，i_2を定数とし，電流$i(t)$がi_1に達した時にスイッチ S を開き，電流$i(t)$がi_2に低下した時にスイッチ S を閉じることを繰り返すとする．
$\frac{E}{R_2} > i_1 > i_2 > \frac{E}{R_1+R_2}$ とし，時刻$t=0$で$i(0)=i_2$とする．

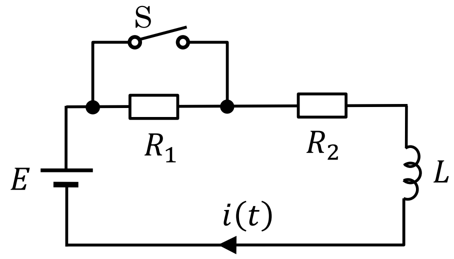


図３

1) 時刻$t=0$でスイッチ S を閉じたあと，最初に$i(T_1)=i_1$となる時刻T_1を求めよ．
2) スイッチ S の開閉周期Tを求め，電流$i(t)$の波形の概略を，横軸を時間として図示せよ．ただし，図中に$\frac{E}{R_2}$，i_1，i_2，$\frac{E}{R_1+R_2}$，時定数を明記すること．